

# CONCEITOS EM PLANEJAMENTO E OTIMIZAÇÃO DE REDES PARA MONITORAMENTO DE DEFORMAÇÕES

Antonio Simões Silva<sup>1</sup>  
Verônica Maria Costa Romão<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Viçosa – UFV -Departamento de Engenharia Civil, [asimoes@ufv.br](mailto:asimoes@ufv.br)

<sup>2</sup>Universidade Federal de Pernambuco – UFPE -,Departamento de Engenharia Cartografica, [vcosta@ufpe.br](mailto:vcosta@ufpe.br)

## RESUMO

Levantamentos para controlar deformação de estruturas são implementados com objetivo de medir as variações de corpos deformáveis nas suas formas, dimensões e posição. Usualmente a deformação é avaliada através da variação das coordenadas de pontos. Portanto um conjunto de pontos estáveis deve estar disponível para servir de referência. Neste trabalho é apresentada uma sistemática revisão dos conceitos e modelos para conseguir uma ótima rede de levantamentos através dos critérios de precisão, e confiabilidade.

**Palavras-Chave:** Otimização, Confiabilidade, Monitoramento

## CONCEPTS IN DESIGN AND OPTIMIZATION OF DEFORMATION MONITORING NETWORKS

### ABSTRACT

*Deformation network is carried out with the purpose of measuring the changes of deformable bodies in their shape, dimension and position. Usually the deformation is assessed through the changing of coordinates of the points. This paper shows an extensive revision of modelling and concepts on deformation monitoring. The criteria used are precision and reliability*

**Keywords:** Optimization, Reliability, Monitoring.

## 1- INTRODUÇÃO

Na medida em que novos tipos de instrumentos se tornam disponíveis é às vezes conveniente fazer novas observações para melhorar a qualidade das coordenadas ou da rede de levantamento existente. Surgem então questões sobre o tipo e a maneira de serem feitas estas medidas. Para tentar responder este tipo de questão são apresentados modelos matemáticos baseados em critérios de otimização. Estes critérios de otimização de redes planas de levantamento têm como base a precisão, e a confiabilidade da rede de monitoramento, de tal forma que:

a) critério de precisão: a variância a posteriori de cada ponto monitorado deve ser mínima;

b) critério de confiabilidade: o número de redundância de uma rede deve ser máximo e a influência dos erros grosseiros não detectados nos parâmetros da rede deve ser mínima;

A precisão das coordenadas pode ser avaliada através da matriz de variância-covariância a posteriori estimada pelo método dos mínimos quadrados. A confiabilidade da rede é sua habilidade de detectar erros grosseiros.

Neste trabalho fez-se uma revisão dos conceitos e modelos matemáticos para apoiar algoritmos que implementem a otimização de redes para monitoramento. Uma extensa formulação é feita principalmente sobre o conceito de confiabilidade de redes, explorando a confiabilidade interna e externa.

## 2 - PLANEJAMENTO DAS REDES

A otimização de uma rede de monitoramento de deformações pode ser implementada levando-se em conta a mesma abordagem usada para planejar redes geodésicas. Grafarend (1974) fez um clássico estudo sobre planejamento e otimização de redes que ainda hoje é a referência básica para este assunto. Ele fez uma classificação do planejamento por ordens. Assim, sendo fiel a classificação usada internacionalmente, temos

a) Zero Order Design (ZOD) refere-se ao problema do datum tratando portanto da escolha de uma referência ótima para os parâmetros e suas matrizes variância-covariância.

b) First Order Design (FOD) está afeto ao problema de configuração da matriz de observações e envolve a análise da escolha de posições dos pontos a observar, de tal modo que se obtenha uma ótima configuração das observações;

c) Second Order Design (SOD) trata o problema de determinação dos pesos das observações;

d) Third Order Design (THOD) estuda a densificação de uma rede visando a um ótimo melhoramento;

Estas ordens do problema de planejamento embora separadas para classificação estão todas interligadas e se interagindo no momento da implantação ou densificação de uma rede. Especificamente, no caso de redes de monitoramento de deformações podemos enfocar o planejamento vendo as peculiaridades desse tipo de levantamento. Em geral são redes planas e locais, cobrindo uma área pequena de tal ordem que justifique seu tratamento no plano;

O ZOD para uma rede de monitoramento não é um ponto crítico, uma vez que o que importa é a estabilidade da rede de referência mais que a estabilidade de um ponto datum. De qualquer modo o datum ótimo é aquele que é estável.

Para estudar o FOD em uma rede de monitoramento tem-se que atentar para os limites apresentados pela forma de estrutura monitorada. Assim nem sempre uma ótima configuração de pontos a observar se adapta a forma da estrutura e portanto o estudo deve ser reformulado. De maneira geral o que se pode inferir é que os pontos da rede de referência devem estar localizados fora da região onde as forças deformadoras atuam e que os pontos objetos estarão localizados na região da estrutura onde se suspeita que as deformações possam ocorrer.

Com a tendência de se combinar observações GPS com observações convencionais ou terrestres surge outro aspecto do FOD. Essa combinação, em redes de monitoramento dá-se com esquemas já existentes o que parece ser um problema de densificação (THOD) daí dizer-se que estas ordens estão entrelaçadas. No entanto a adição de observações GPS tem a ver com a otimização do número e da configuração dos pontos GPS relacionados com os pontos terrestres preexistentes (Delikaraoglou, 1989).

Por se tratar da quantificação dos pesos das observações, o SOD está associado à seleção dos instrumentos que servirão na implementação da rede. Geralmente esse processo é feito fixando alguns dos parâmetros envolvidos e variando o peso para se chegar a uma ótima situação. É um processo complexo e tem que ser feito com bastante cuidado, uma vez que a matriz peso, também conhecida como matriz de variância-covariância a priori, ou matriz dos pesos das observações, tem grande influencia na matriz de variância-covariância dos parâmetros.

Quando as observações são de tipos diferentes, como é o caso de redes de monitoramento, atribuir pesos é um processo difícil e, embora existam tentativas de solucionar o problema através de algoritmos e métodos estatísticos como é o caso deste trabalho, este é um processo subjetivo e que parece que nunca será resolvido totalmente.

O THOD é estudado quando por alguma razão o resultado de uma rede de monitoramento não está satisfatório. Este resultado é então otimizado através da introdução de observações adicionais, seja do mesmo tipo das observações existentes, seja de outro tipo. Em futuras épocas do monitoramento novos pontos podem ser adicionados aos já existentes, desde que se observem as ordens anteriores do planejamento.

## 3 PRECISÃO

O planejamento de uma rede requer uma precisão especificada de algumas ou de todas as coordenadas calculadas. A precisão é avaliada por uma matriz variância-covariância a posteriori  $C_x$ . Esta matriz é o principal componente do critério de precisão.

O propósito a que uma rede de levantamento servirá é crítico para a determinação da precisão exigida. Por exemplo, quando se planeja uma rede de geodésica para monitorar uma estrutura de engenharia, podem ser necessárias exigências bastante específicas. Para redes de finalidades gerais, não podem ser estabelecidas as exigências para precisão tão facilmente. Em tais casos alguns conceitos de rede ideal

poderiam ser necessários. Estes critérios de precisão ideal ou podem estar baseado em resultados teóricos como matriz critério isotrópica e homogênea, ou eles podem ser alcançados de estudos empíricos. Este tipo de matriz critério tem uma estrutura Taylor-Karman (Grafarend, 1982) que resulta em círculos em vez de elipses de erros nas redes planas. Uma matriz critério é uma matriz variância-covariância que tem uma estrutura ideal que representa uma ótima situação na rede planejada.

Para uma rede de monitoramento de deformação nem sempre é necessário estabelecer uma matriz critério. Como às vezes só alguns pontos têm que ser monitorados, elipses de erros são usadas como critério de precisão. Estas elipses de erros não são invariantes em relação ao datum. Por isto, a elipse de erro relativa é o melhor indicador da precisão relativa.

Para redes de finalidades específicas como as de monitoramento de deformação, um critério útil seria uma matriz de variância-covariância modificada. Esta matriz variância-covariância modificada é usada como uma matriz critério para a otimização, como demonstrado em Koch (1982). A matriz critério é obtida modificando-se a matriz variância-covariância dos pontos da rede.

Supondo-se  $x_a$ ,  $y_a$  e  $x_b$ ,  $y_b$  as coordenadas estimadas dos pontos A e B de uma rede bidimensional, a matriz variância-covariância é determinada por

$$C_x = \begin{bmatrix} \sigma_{x_a}^2 & \sigma_{x_a y_a} & \sigma_{x_a x_b} & \sigma_{x_a y_b} \\ & \sigma_{y_a}^2 & \sigma_{y_a x_b} & \sigma_{y_a y_b} \\ & \text{simétrica} & \sigma_{x_b}^2 & \sigma_{x_b y_b} \\ & & & \sigma_{y_b}^2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Se for imposto que as elipses de erros para os pontos da rede tenham uma forma circular, a igualdade seguinte é assumida para o primeiro ponto,

$$(\sigma_{x_a}^2 - \sigma_{y_a}^2) + (2\sigma_{x_a y_a})^2 = 0 \quad (2)$$

que é satisfeita por

$$\sigma_{x_a}^2 = \sigma_{y_a}^2 \quad (3)$$

$$\text{e} \quad \sigma_{x_a y_a} = 0 \quad (4)$$

Para o ponto B

$$\sigma_{x_b}^2 = \sigma_{y_b}^2 \quad (5)$$

$$\text{e} \quad \sigma_{x_b y_b} = 0. \quad (6)$$

Assim estas condições conduzem à matriz variância-covariância modificada

$$C_x = \begin{bmatrix} \sigma_{x_a}^2 & & & \\ & \sigma_{y_a}^2 & & \\ & & \sigma_{x_b}^2 & \\ & & & \sigma_{y_b}^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

que pode ser usada como matriz critério para a otimização.

Nas equações de 1 a 7 os  $\sigma_x^2$  representam as variâncias das coordenadas e  $\sigma_{xy}$  as covariâncias.

Esta idéia de geral de mudar a matriz variância covariância para a otimização tem que ser adaptada para cada situação particular. Um conhecimento prévio da tendência do deslocamento é de muita importância. Este conhecimento nos habilita para a escolha da função de risco, desde que nem sempre a função risco é a elipse de erros transformada em um círculo.

#### 4 CONFIABILIDADE

Confiabilidade de uma rede é a habilidade para detectar erros grosseiros nas observações e estimar os efeitos dos erros grosseiros não detectados nos parâmetros estimados a partir das observações.

A qualidade da rede é de fundamental importância no monitoramento de deformação. Tradicionalmente, a qualidade de uma rede foi sempre descrita pela medida de sua precisão cujo componente principal é a matriz variância-covariância de coordenadas calculadas. Esta matriz é dependente do datum e negligencia o aspecto da confiabilidade. As observações e funções derivadas desta, como as coordenadas, podem ser julgadas através da precisão e confiabilidade usando abordagem estatística. O conceito de confiabilidade possibilita uma boa avaliação de possíveis erros grosseiros e sistemáticos.

Um conjunto de observações que tenha alguma tendência que não tenha sido bem analisada pode levar a conclusões erradas. Em tais observações, sem nem um outro erro, medidas de precisão vão indicar um bom resultado mesmo que este resultado esteja tendencioso e portanto não confiável.

A confiabilidade de uma rede depende de sua configuração e dos pesos mais que das observações em si mesmas. Uma rede confiável deverá ter a capacidade de detectar erros grosseiros tão pequenos quanto possível e também os efeitos dos erros grosseiros não detectados. Os principais critérios de confiabilidade de redes são: confiabilidade interna e confiabilidade externa.

A confiabilidade interna de uma rede de monitoramento é habilidade de detecção de erros grosseiros através de testes de hipóteses feitos com níveis de confiança específicos.

A confiabilidade externa de uma rede de monitoramento é a capacidade que esta tem de controlar os efeitos nas coordenadas dos erros grosseiros não detectados.

#### 4.1 NÚMERO DE REDUNDÂNCIA

O número de redundância  $r_i$  é a contribuição da  $i$ ésima observação à redundância total  $r$  de um conjunto de observações. Em outras palavras, é a contribuição de uma observação ao grau de liberdade do conjunto. Representa um papel importante em confiabilidade de uma rede geodésica.

Os resíduos calculados através do método dos mínimos quadrados são computados por:

$$V = \left( A(A^T P A)^{-1} A^T P - I \right) L \quad [8]$$

onde  $V$  e  $L$  são vetores dos resíduos e observações respectivamente e  $A$  e  $P$  são matrizes dos coeficientes e dos pesos

Se uma observação contém um erro  $\nabla l_i$  o vetor de observação se torna

$$L^T = (l_1, l_2, l_3, l_i + \nabla l_i, \dots, l_n) \quad [9]$$

O efeito do erro da observação  $\nabla l_i$ , nos resíduos é

$$\nabla_i V = \left( A(A^T P A)^{-1} A^T P - I \right) \nabla l_i \quad [10]$$

Fazendo a igualdade

$$R = I - \left( A(A^T P A)^{-1} A^T P \right), \quad [11]$$

a equação 10 torna-se

$$\nabla_i V = -R \nabla l_i \quad [12]$$

onde  $R$  é a matriz cujos elementos da diagonal são os números de redundância.

Os números de redundância são representados pelos elementos diagonais de matriz  $R$  e normalmente chamados  $r_i$ . Eles podem ser vistos como a contribuição das observações à redundância total do sistema. Os números de redundância contêm informação sobre a geometria da rede considerando a influência de erros das observações nos resíduos. Das equações 10 e 12, pode ser visto que o efeito no resíduo causado pelo erro  $\nabla l_i$  na observação de ordem  $i$  é determinado pelo  $i$ ésimo elemento diagonal de  $\nabla_i V$

Se a matriz de peso  $P$  é diagonal, o número de redundância é computado por,

$$r_i = q_i p_i \quad [13]$$

onde,

$q_i$  é o elemento diagonal da matriz variância-covariância dos resíduos  $Q_v$

$$Q_v = P^{-1} - A(A^T P A)^{-1} A^T \quad [14]$$

$p_i$  é o peso da  $i$ ésima observação.

O valor para  $r_i$  varia entre 0 e 1,  $0 \leq r_i \leq 1$ .

Da equação 12 pode-se estimar o tamanho do erro de uma de observação  $l_i$

$$\nabla l_i = -\frac{\nabla_i V}{r_i} \quad [15]$$

Baarda (1968) afirma que a melhor estatística para descoberta de erros grosseiros de observações não correlacionadas é

$$\omega_i = \frac{-\nabla_i V}{\sigma_{ii} \sqrt{r_i}} \quad [16]$$

Um erro  $\nabla l_i$  na observação  $l_i$  afeta a estatística  $\omega_i$  por

$$\nabla\omega = -\frac{\nabla V_i}{\sigma_{li}\sqrt{r_i}} \quad [17]$$

A equação 15 na equação 17 nos fornece:

$$\delta_i = \nabla\omega = \frac{\nabla V_i \sqrt{r_i}}{\sigma_{li}} \quad [18]$$

A equação 18 substituiu a função de probabilidade de  $\omega_i$  por  $\delta_i$  que é chamado de parâmetro de não-centralidade. A função probabilidade de  $\omega_i$  sobre as hipóteses nula e alternativa são respectivamente distribuição normal central e não-central

$$H_0: n(0, 1)$$

$$H_a: n(\delta_i, 1)$$

Este teste pode conduzir a uma decisão errada de erro tipo I ou tipo II que são associados às probabilidades  $\alpha$  e  $\beta$ .  $\alpha$  é a probabilidade que uma observação livre de erro é considerada como tendo erro.  $\beta$  é a probabilidade que uma observação incorreta é considerada como correta.

Ambos os valores do de erro grosseiro  $\nabla V_i$  e do parâmetro de não-centralidade  $\delta$ , não são conhecidos, assim a probabilidade  $\beta$  não pode ser calculada. De acordo com Baarda (1968), a relação entre o poder do teste e o parâmetro de não-centralidade é

$$\delta = \delta(\beta, \alpha) \quad [19]$$

e para um dado  $\beta$  é computado o valor de  $\delta$ .

A tabela 1 nos fornece alguns valores para  $\delta_0$

Tabela 1  $\delta_0$  em função do nível de significância  $\alpha_0$  e de  $(1-\beta_0)$

$\alpha_0 \rightarrow$	0.10	1%	5
	%		%
$(1-\beta_0) \downarrow$			
50%	3.29	2.58	1.96
70%	3.82	3.10	2.48
80%	4.13	3.42	2.80
90%	5.57	3.86	3.24
95%	4.94	4.22	3.61
99%	5.62	4.90	4.29

Fonte: BAARDA (1968)

Da equação 18 a relação entre o número de redundância e o maior erro grosseiro  $\nabla V_i$  não detectado é determinada pela fórmula,

$$\nabla V_i = \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}} \sigma_i \quad [20]$$

Esta equação nos permite calcular o maior erro grosseiro detectável. Quanto maior for o número de redundância da observação menor será o maior erro grosseiro detectável.

Das equações 22 e 23 pode ser mostrado que

$$\frac{\sigma_i \delta_0}{\sqrt{r_i}} = \delta_0 \sigma_i \tau_i$$

$$e, \quad \tau_i = \frac{\sigma_{v_i}^2}{\sigma_i^2} \quad [21]$$

onde,  $\sigma_{v_i}^2$  = variância estimada do resíduo

$\sigma_i^2$  = variância estimada da observação.

Esta equação 21 é a equação base para uso em testes de confiabilidade no ajustamento de observações pelo método de mínimos quadrados, devido a sua fácil aplicação. Assim conhecidos as matrizes variância-covariância dos resíduos (equação 14) e a matriz variância-covariância das observações ( $P^{-1} - Q_v$ ) chega-se facilmente ao cálculo do número de redundância para determinada

observação. E com base nesse numero pode-se ter uma boa indicação para avaliação da presença ou não de erros grosseiros nas observações (Silva, 1997)

É esperado que a variância dos resíduos e a variância das observações sejam próximas. Neste caso o ruído dos resíduos é igual ao ruído das observações, e as observações ajustadas são determinadas com precisão alta. Então, o valor de  $r_i$  perto de 1 é preferido e indica que o ganho do ajustamento é alto. Se  $r_i$  está perto de zero, isto pode estar sendo causado por um pequeno valor da variância do resíduo. Se a variância estimada da observação for grande, nesse mesmo caso, o numero de redundância tenderá ser ainda menor. O que significa que resíduos com pequenas variâncias ou pequenos ruídos nem sempre significa um bom ajustamento.

#### 4.2 CONFIABILIDADE INTERNA

Confiabilidade interna é uma medida de avaliação das observações. É associada com a capacidade de a rede descobrir erros grosseiros com uma determinada probabilidade. Esta capacidade pode ser avaliada usando a fórmula:

$$\nabla_{l_i} = \frac{\sigma_i \delta_o}{\sqrt{r_i}} \quad [22]$$

onde,

$\nabla_{l_i}$  é o maior erro grosseiro que permanecerá não detectado na observação  $l_i$ ;

$\sigma_i$  é o desvio padrão da iésima observação;

$\delta_o$  é o limite inferior do parâmetro de não centralidade ;

$r_i$  é o numero de redundância da iésima observação;

A equação 22 mostra que o valor limite  $\nabla_{l_i}$  depende da precisão da observação dada por  $\sigma_i$ ; do nível de significância  $\alpha_o$  e do fator  $(1-\beta_o)$  no limite inferior do parâmetro de não centralidade  $\delta_o$ ; depende também da rede aqui explicitada através do numero de redundância. Como foi dito antes, a variação para  $r_i$  é de 0 a 1. Quanto menor o número de redundância da observação, maior deverá ser um erro grosseiro para que este seja detectável.

O número de redundância só é igual a um quando o verdadeiro valor de observação é conhecido. Quando o número de redundância é igual a zero o valor do maior erro grosseiro detectável tende a infinito e o teste da observação não é possível.

O maior erro grosseiro não detectável em cada observação pode ser também estimado pela fórmula (Dodson,1990)

$$\nabla_{l_i} = \delta_o \sigma_i \tau_i \quad [23]$$

onde

$$\tau_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_{vi}}$$

Como na equação 22,  $\delta_i$  aqui também é adimensional e é calculado a partir da densidade de probabilidade da distribuição normal, e depende do valor escolhido de  $\alpha$  e  $(1-\beta)$ . Cada observação fornece um determinado  $\tau_i$  que por si só já é uma medida de confiabilidade.  $\tau_i$  tem valores entre um e infinito. Quanto maior for  $\tau_i$  menor será a confiabilidade da observação.

Uma quantidade alternativa e prática usada como uma medida de confiabilidade interna é proposta por Ashkenazi(1981), que é:

$$\rho_i = \frac{\hat{\sigma}_i}{\sigma_i} \quad [24]$$

Quer dizer, a razão entre o desvio padrão a posteriori da iésima observação e o desvio padrão a priori da mesma observação. Quanto maior o número de observações que indiretamente afetam uma determinada observação ou derivada desta rede geodésica, menor será o fator  $\rho$ . Isto indica um alto grau de confiabilidade. Por outro lado, uma razão igual a unidade corresponderia a uma falta completa de confiabilidade, quer dizer, a medida envolvida poderia conter um erro grosseiro sem modo de ser descoberto.  $\rho$  é igual zero para uma observação que tenha completa confiabilidade interna, e igual a um para uma medida completamente não confiável.

Das equações 13 e 14 podemos fazer

$$r_i = \left( \sigma_i^2 - \hat{\sigma}_i^2 \right) \times \frac{1}{\sigma_i^2} \quad r_i = \frac{\sigma_i^2 - \hat{\sigma}_i^2}{\sigma_i^2} = 1 - \frac{\hat{\sigma}_i^2}{\sigma_i^2} \quad [25]$$

$$\text{Então} \quad r_i = 1 - \rho^2 \quad [26]$$

Assim pode ser dito que para uma medida completamente confiável  $\rho$  é igual a zero e  $r_i$  é igual a um. Para uma medida completamente incerta  $\rho$  é igual a um e  $r_i$  é igual a zero.

#### 4.3 CONFIABILIDADE EXTERNA

A confiabilidade externa de uma rede de monitoramento é a capacidade que esta tem de controlar os efeitos nas coordenadas, dos erros grosseiros não detectados. Ela é medida da influência de cada dos erros grosseiros que permanecem no sistema, nos parâmetros do ajustamento ou nas funções destes parâmetros (Leick,1990).

Para levantamentos de controle de obras de engenharia, os efeitos de erros grosseiros nos parâmetros e quantidades derivadas destes são de valor mais prático que a confiabilidade interna, uma vez que os erros grosseiros não detectados não têm nenhuma consequência se eles não afetarem os parâmetros ou coordenadas (Cross,1983). Na análise de deformação, onde a variação das coordenadas entre ajustamentos de épocas diferentes indica deformações existentes, é particularmente importante que o impacto de erros grosseiros nos parâmetros seja mínimo.

O ajustamento de observações pelo método paramétrico nos mostra que pela equação abaixo são computados as estimativas dos parâmetros

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad [27]$$

onde L representa o vetor das observações e os demais símbolos são como nas equações anteriores

Se  $\nabla l_i$  é um erro na iésima observação, temos o vetor

$$\nabla l_i^T = [0 \quad 0 \quad 0 \dots 1 \dots 0 \quad 0] \quad [28]$$

O erro de observação altera o vetor das observações L através de  $\nabla l_i$  e, por conseguinte, o vetor dos parâmetros calculados x é afetado por  $\nabla x_i$ , que é o efeito de um erro de observação no parâmetro calculado. Da equação 27,  $\nabla x_i$  é calculado como

$$\nabla x_i = (A^T P A)^{-1} A^T P \nabla l_i \quad [29]$$

onde  $\nabla x_i$  é um vetor de coluna nulo com exceção de um elemento de unidade na linha i.

Como  $\nabla x_i$  é um fator datum dependente, Baarda (1976) sugere para computar a influência de  $\nabla l_i$  nas coordenadas o seguinte modelo:

$$\lambda_i = (\nabla x_i)^T \frac{C_x^{-1}}{\sigma_o^2} \nabla x_i \quad [30]$$

onde

$C_x$  é a matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados

Em redes para monitoramento de deformações, é importante que nenhum erro grosseiro que possa não ter sido detectado tenha influência nas coordenadas dos pontos de rede. Por conseguinte, uma confiabilidade externa boa requer um  $\lambda_i$  tão pequeno quanto possível. Isto é expressado pela relação

$$\lambda_o = \max \lambda_i \rightarrow \min \quad [30]$$

A influência de um erro grosseiro não detectado nas coordenadas pode ser também computada em termos do número de redundância,  $r_i$ .

Da equação 22,

$$\sigma_i^2 = \frac{\nabla_{li}^2 r_i}{\delta_o^2}$$

e da equação 29 a equação 30 torna-se

$$\lambda_i = \frac{\delta_o^2}{\nabla_{li}^2 r_i} \left[ (A^T P A)^{-1} A^T P \nabla_{li} \right]^T (A^T P A) \left[ (A^T P A)^{-1} A^T P \nabla_{li} \right]$$

Que resulta em

$$\lambda_i = \left( \frac{1 - r_i}{r_i} \right) \delta_o^2 \quad [32]$$

Esta equação mostra que uma rede com uma confiabilidade interna boa, isto é  $r_i$  perto de um, faz com que os erros grosseiros não detectados tenham uma influência pequena nos parâmetros estimados.

O requisito de confiabilidade em uma rede de monitoramento de deformação responde a pergunta: quanto grande deveria ser um erro grosseiro para ser detectado pelo sistema?

A precisão previamente discutida pode ser considerada como a qualidade do planejamento ou otimização de uma rede de monitoramento. Mas de importância principal no monitoramento de deformação é a confiabilidade da rede que é a confiabilidade com que com que as reais observações conformam com o planejamento.

Para alcançar uma confiabilidade alta, as redes têm que ser auto-verificáveis por meio de observações redundantes independentes. Para estabelecer um critério de confiabilidade para rede de monitoramento de deformação, é interessante investigar quanto bem as observações individuais são checadas pelas outras. Além disso, investigar o efeito dos erros grosseiros não detectados nas coordenadas da rede de monitoramento de deformação. A primeira investigação resulta na confiabilidade interna e a segunda, na confiabilidade externa. Valores de confiabilidade interna podem ser interpretados como as pequenas discrepâncias em observações isoladas. Elas podem e acontecer de tal um modo que a discrepância pode ser detectada, e a observação rejeitada.

Para uma rede, os valores dos erros detectáveis podem variar de observação a observação e portanto dá margem a diferentes erros grosseiros. É útil levar em conta a relação  $\nabla_{l_i} / \sigma_i$

Esta relação mostra qual quanto grande deveria ser uma discrepância em uma observação em comparação a sua própria precisão, antes que ela possa ser detectada.

O critério de confiabilidade interna pode ser avaliado pelo o número de redundância,  $r$ . Para uma ótima rede de monitoramento de deformação, o número de redundância deveria ser máximo. Um número de redundância grande significa que os erros grosseiros não detectáveis são pequenos.

O erro grosseiro de uma observação afeta os parâmetros e este efeito é medido pela confiabilidade externa. Como mostrado pela equação 32, um máximo  $r$  (número de redundância) conduz a um  $\lambda$  mínimo (efeito do erro grosseiro nas coordenadas). Assim um critério geral, relativo à confiabilidade, para uma ótima rede de monitoramento de deformação ou mesmo uma rede geodésica genérica, é

$$\begin{aligned} |r_i| &\rightarrow \text{máximo} \\ |\lambda_i| &\rightarrow \text{mínimo} \end{aligned}$$

## 5. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- ASHKENAZI, V. Least squares adjustment: signal or just noise? **Chartered Land and Minerals Surveyor** 3(1), 42-49., 1981
- BAARDA, W. "A testing procedure for use in geodetic networks." **Netherlands Geodesy Com.** New Series 2, No.5. Delft. Netherlands. 1968
- BAARDA, W. "Reliability and precision of networks." Darmstadt. **VII International Course for Engineering Surveys of High Precision**, pp 17-27.,1976
- CROSS, P.A. **Advanced Least Squares Applied To Position-Fixing**. London. North East Polytechnic. Working paper No.6.,1983
- DELIKARAOGLOU,D & LAHAHYE,F. "Optimisation of GPS theory, techniques and operational systems: progress & prospects." Edinburgh. **Symposium 102 of the International Association of Geodesy.**, 1989
- DODSON, A. "Analysis and application of control networks" in KENNIE, T. J. M. & PETRIE, G (eds.) **Engineering Surveying Technology**. London. Blackie and Son Ltd.,1980
- GRAFAREND, E.W. "Optimisation of geodetic networks." **The Canadian Surveyor**, vol. 28, No.5., 1974
- GRAFAREND, E.W. "Optimization of geodetic networks." Munchen. **\_DGK, B, 258/III - 69-81.**,1982
- KOCH, K.R. "Optimization of the configuration of the geodetic networks." Munchen **\_DGK, B, 258/III 82-89.**,1982
- LEICK, A. **GPS Satellite Surveying**. New York. John Wiley & Sons.,1990
- SILVA, A. S. Optimization of surveying monitoring networks. PhD Thesis, Institute of Engineering Surveying and Space Geodesy. University of Nottingham,168pp, 1997